

Методическая разработка

**Использование активных и интерактивных
методов на уроке математики**

**(Проектное обучение (PBL), кейс-метод,
исследовательские задачи, математические бои,
хакатоны)**

Скутина Анжелика Сергеевна,
учитель математики

Оглавление

УРОК №1. КЕЙС-МЕТОД (7 класс, тема "Проценты и пропорции").....	3
УРОК №2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ (8 класс, тема "Площади фигур")	5
УРОК №3. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА (6 класс, тема "Делимость и признаки")	7
УРОК №4. ПРОЕКТНОЕ ОБУЧЕНИЕ (PBL) — МИНИ-ПРОЕКТ (8–9 класс, тема "Статистика и грамотность").....	8
УРОК №5. ХАКАТОН (9 класс, тема "Системы уравнений" или "Функции") 9	
УРОК 6. ХАКАТОН.....	11
ПОДБОРКА ЗАДАНИЙ ПО ТЕМАМ	15
Тема 1. Проценты – «Бюджет семьи»	15
Тема 2. Теория вероятностей – «Игры»	15
Тема 3. Геометрия – «Дизайн парка»	16
Тема 4. Пропорции – «Кулинарные рецепты»	17
Тема 5. Дроби – «Дележ наследства».....	17
Тема 6. Логика – «Выбор маршрута».....	18
Тема 7. Простые числа и Золотое сечение	18
Тема 8. Оптимизация – «Минимальная стоимость».....	19
Тема 9. Движение – «Погоня»	20

УРОК №1. КЕЙС-МЕТОД (7 класс, тема "Проценты и пропорции")

Название: «Банковский вклад или новая куртка?»

Легенда:

Ваш друг получил 10 000 рублей на день рождения. Он хочет купить куртку, но в магазине скидка 30% только через 3 месяца. Банк дает 12% годовых. Что выгоднее: положить деньги в банк на 3 месяца и купить куртку со скидкой, или купить сейчас без скидки?

Ход урока (40 мин):

Время	Этап	Действия учеников
5 мин	Ввод в кейс	Учитель раздает карточку с условием. Ученики читают, задают уточняющие вопросы ("А инфляция?", "А деньги снимут раньше?").
10 мин	Работа в парах	Рассчитывают оба варианта. Выясняют, что 12% годовых за 3 месяца дадут +300 руб., а скидка 30% = 3000 руб. Выгоднее ждать.
10 мин	Усложнение	Учитель дает новое условие: <i>"Куртка стоит 15 000 руб. У вас 10 000. Банк дает кредит под 20% годовых на 3 месяца. Брать кредит или копить 3 месяца?"</i>
10 мин	Презентация решений	Две пары защищают свой выбор у доски. Остальные задают вопросы ("Почему вы не учли, что за 3 месяца курс доллара может измениться?").

Время	Этап	Действия учеников
5 мин	Рефлексия	Что было самым сложным? В жизни часто бывает, что все условия известны не полностью.

Критерии:

Правильный арифметический расчет — 2 балла.

Учет всех данных условия — 2 балла.

Аргументация в защите — 2 балла.

УРОК №2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ (8 класс, тема "Площади фигур")

Название: «Битва прямоугольников»

Правила: Класс делится на 2 команды (по рядам). На доске 3 задачи. На решение — 10 минут. Затем команды по очереди выходят и защищают решения, а соперники ищут ошибки.

Задачи для боя (распечатать на листах):

№	Условие
1	Прямоугольник разрезали на 4 части (как показано на рисунке). Площади трех частей: 5, 8, 10 см ² . Найдите площадь четвертой. (Рисунок — крестовина из 4 прямоугольников)
2	На сторонах квадрата во внешнюю сторону построили равносторонние треугольники. Получилась звезда. Во сколько раз площадь звезды больше площади квадрата?
3	В трапеции основания 6 и 10, высота 4. Провели диагональ. Найдите площадь треугольника, отсекаемого диагональю у большего основания.

Ход боя:

Время	Этап
10 мин	Команды решают задачи письменно. Капитан распределяет, кто какую задачу берет.
5 мин	Команда А выходит к доске, рассказывает решение Задачи 1. Команда Б проверяет, ищет ошибки.
5 мин	Команда Б рассказывает Задачу 2. Команда А проверяет.

Время	Этап
5 мин	Команда А рассказывает Задачу 3. Команда Б проверяет.
5 мин	Если есть спорные моменты — жюри (учитель + 2 сильных ученика) выносит вердикт.

Критерии:

За каждую правильно решенную и защищенную задачу — 2 балла команде. За найденную ошибку в решении соперника — бонусный балл.

УРОК №3. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА (6 класс, тема "Делимость и признаки")

Название: «Загадка числа 2026»

Легенда: Учитель говорит: "Я загадал число. Если к нему прибавить 7, сумма разделится на 3. Если прибавить 11 — разделится на 5. Если прибавить 15 — разделится на 7. Какое число я загадал?" Ученики быстро подбирают 8. Но учитель говорит: "А теперь найдите ВСЕ такие числа до 1000 и выясните закономерность".

Ход урока (исследование):

Время	Этап
7 мин	Формулировка гипотез. Ученики предполагают: "Числа идут с шагом $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ " или "Это числа вида $105k + 8$ ".
15 мин	Эксперимент. Класс делится на 4 группы. Каждая проверяет свою гипотезу на отрезке: 1 группа — числа 0–200, 2 группа — 200–400, 3 группа — 400–600, 4 группа — 600–800.
10 мин	Сбор данных. Каждая группа выписывает найденные числа на доску. Вместе видят ряд: 8, 113, 218, 323, 428, 533...
8 мин	Вывод. Ученики формулируют общее правило: $X = 8 + 105k$. Проверяют для 2026: $2026 = 8 + 105 \cdot 19$ ($2026 - 8 = 2018$, $2018 / 105 = 19$ с остатком — не подходит).

Рефлексия: А что было бы, если бы мы искали до миллиона? Мы получили формулу, которая дает все ответы без перебора.

УРОК №4. ПРОЕКТНОЕ ОБУЧЕНИЕ (PBL) — МИНИ-ПРОЕКТ (8–9 класс, тема "Статистика и грамотность")

Название: *«Идеальный режим дня»*

Задание (на 3 урока + домашняя работа):

Каждый ученик (или пара) в течение 3 дней записывает тайминг своих занятий (сон, школа, еда, соцсети, спорт, уроки).

Затем обрабатывает данные: строит круговую диаграмму, находит среднее арифметическое, размах.

Конечный продукт — инфографика (плакат / презентация) **«Как я могу улучшить свой режим, чтобы выспаться и успевать больше»** с математическими выкладками.

Распределение по урокам:

Урок 1: Объяснение задачи, сбор данных (дома).

Урок 2: Обработка данных в классе (учитель показывает, как строить диаграммы вручную или в Excel).

Урок 3: Защита проектов (каждый показывает свою инфографику 2 минуты).

Класс голосует за самый убедительный проект.

Критерии:

Правильность расчетов (среднее, проценты) — 3 балла.

Качество визуализации — 2 балла.

Наличие выводов ("Я трачу на соцсети 25% времени, а хочу тратить 15%") — 3 балла.

УРОК №5. ХАКАТОН (9 класс, тема "Системы уравнений" или "Функции")

Название: «Спаси город от пробок» — 45 минут, формат "быстрый хакатон"

Условие:

Мэр города просит IT-команды (класс делится на группы по 4 человека) за 25 минут разработать **формулу**, по которой можно рассчитать, через сколько минут наступит час пик, если:

В 7:00 на дороге 100 машин.

Каждые 5 минут въезжает на 20 машин больше, чем выезжает.

Дорога вмещает максимум 500 машин, после чего скорость падает вдвое.

Задание:

Составить формулу зависимости числа машин от времени (линейная функция $N(t) = 100 + 4t$, если разница 20 машин за 5 минут $\rightarrow +4$ машины в минуту).

Найти момент времени, когда машин станет 500 ($t = 100$ минут, т.е. в 8:40).

Дополнительный бонус: предложить "решение для мэра" — как отсрочить час пик (увеличить пропускную способность, ввести развязки и изменить коэффициент).

Ход хакатона:

Время	Этап
2 мин	Получение задания и вопросов ("А можно строить график?", "А если въезжает не равномерно?").
20 мин	Группы решают, считают, оформляют на одном листе А3 решение и формулу.
5 мин	Перерыв, группы сдают листы жюри (учитель + 2 помощника). Выбирают 3 лучших.

Время	Этап
15 мин	Питч (презентация): по 3 минуты от трех лучших команд. Они объясняют свою формулу и предлагают, как спасти город.
3 мин	Награждение (номинации: "Самая точная формула", "Самое креативное решение").

УРОК 6. ХАКАТОН

Тема урока: «Математика в реальных задачах: Проектирование школьного пространства»

Класс: 8–9 (урок можно адаптировать для 7–10 классов)

Тип урока: Урок обобщения и систематизации знаний с элементами проектной деятельности (урок-хакатон).

Форма урока: Групповая работа (команды по 4–5 человек).

Время: 40 минут (можно расширить до сдвоенного урока).

Цели урока:

Образовательная: применить знания по темам «Площади и объёмы», «Проценты», «Пропорции» для решения практической проектной задачи.

Развивающая: развивать навыки математического моделирования, критического мышления, умение работать в команде и публично защищать своё решение.

Воспитательная: показать практическую значимость математики, повысить познавательный интерес через соревновательные и проектные формы работы.

Оборудование: мультимедийный проектор, ватманы или флипчарты, маркеры, карточки с кейсами-заданиями, калькуляторы, раздаточный материал с формулами.

Ход урока

1. Организационный момент и мотивация (5 минут)

Учитель приветствует класс и делит его на команды (по 4–5 человек). Каждая команда выбирает капитана и придумывает название.

Вступительное слово учителя: «Ребята, представьте, что к вам обратилась администрация школы с важным заказом. Нашему школьному двору требуется модернизация. Ваша задача — как команда проектировщиков — предложить лучший и наиболее выгодный проект обустройства новой зоны отдыха. Сегодня мы проведём **математический мини-хакатон**: за ограниченное время вам нужно решить реальную задачу, используя знания

математики, и защитить свой проект перед “инвесторами” (жюри — учитель и приглашённые гости).»

2. Постановка проблемы (Кейс-метод) (5 минут)

Каждая команда получает **кейс-пакет** с вводной информацией. Это проблемная ситуация, не имеющая одного единственного верного ответа.

Пример содержания кейса:

«Школьный двор имеет прямоугольную форму размером 20 м на 30 м (площадь 600 м²). Администрация выделила бюджет в размере **500 000 рублей** на создание зоны отдыха. В зоне должны быть:

Клумба (не менее 10% от общей площади).

Дорожки из тротуарной плитки (ширина 1 м).

Скамейки (не менее 4 штук).

Ваша задача: разработать эскиз зоны, рассчитать необходимое количество материалов (плитка, бордюры, грунт для клумбы) и смету расходов, уложившись в бюджет.

Цены (условные):

Плитка (1 м²) — 1500 руб.

Бордюр (1 шт., длина 1 м) — 500 руб.

Семена газона (1 кг на 10 м²) — 200 руб.

Скамейка (1 шт.) — 15 000 руб.»

3. Исследовательский этап и проектирование (Основная часть — 20 минут)

Команды приступают к работе. Этот этап сочетает в себе **исследовательские задачи** и непосредственно **проектную деятельность (PBL)**.

План работы для команд (написан на доске или в карточке):

Исследование: Рассчитайте, сколько места займут дорожки, если опоясать клумбу или провести их через весь двор.

Моделирование: Нарисуйте эскиз (масштаб 1:100 или 1:200) на ватмане.

Расчеты:

Площадь клумбы (выберите форму: круг, прямоугольник или сложная фигура).

Количество плитки (площадь дорожек).

Количество бордюров (периметр дорожек и клумбы).

Общую стоимость проекта (смета).

Проверка: Уложились ли вы в бюджет? Если нет, скорректируйте проект (уменьшите клумбу или выберите более дешёвую плитку).

Учитель выступает в роли консультанта, направляя поиск команд, но не давая готовых ответов.

4. Математический бой (Защита проектов — 10 минут)

Этот этап проводится в формате **математического боя** для развития навыков аргументации и критики.

Регламент:

Одна из команд (по жребию) представляет свой проект («Докладчик»).

Команда-соперник выступает в роли «Оппонента»: она внимательно слушает, проверяет расчёты и задаёт вопросы (например: «Почему вы выбрали именно эту форму клумбы?», «Учтены ли отходы плитки при резке?», «Ваша смета превышает бюджет на 5 000 рублей — предложите, как сократить расходы»).

Жюри (учитель и другие команды) оценивает как правильность расчётов, так и убедительность защиты.

Критерии оценки (для жюри):

Математическая грамотность расчётов (до 5 баллов).

Креативность и эстетика дизайна (до 3 баллов).

Экономическая эффективность (укладывание в бюджет) (до 3 баллов).

Качество защиты (умение отвечать на вопросы оппонента) (до 4 баллов).

5. Рефлексия и подведение итогов (5 минут)

Учитель подводит итоги хакатона, объявляет команду-победителя, набравшую наибольшее количество баллов.

Вопросы для рефлексии:

Какие математические знания вам сегоднягодились больше всего?

С какими трудностями вы столкнулись при моделировании реальной ситуации?

Где в жизни (в каких профессиях) требуются такие расчёты?

Учитель делает вывод о том, что математика — это не просто формулы в тетради, а универсальный инструмент для решения реальных жизненных задач.

Домашнее задание (опционально)

Завершить проект дома: создать 3D-макет зоны отдыха (из бумаги или в цифровом редакторе) или рассчитать аналогичный проект для своей квартиры/комнаты

ПОДБОРКА ЗАДАНИЙ ПО ТЕМАМ

Тема 1. Проценты – «Бюджет семьи»

Методы: кейс-метод, PBL, математический бой

Задание 1.1. Кейс «Семейный бюджет на месяц»

Дано: Семья из 4 человек (двое взрослых, двое детей). Совокупный доход — 80 000 руб./мес. Обязательные платежи: ЖКХ — 6 000 руб., питание — 25 000 руб., транспорт — 4 000 руб., связь/интернет — 2 000 руб. Остаток — на одежду, лекарства, развлечения и сбережения.

Задача: Составить сбалансированный бюджет на месяц, чтобы сбережения составляли не менее 10% от дохода. Какие статьи можно оптимизировать?

Формат: кейс решается в группах, затем проводится **математический бой** — каждая группа защищает свой бюджет, оппоненты ищут ошибки в расчётах процентов и предлагают более выгодные варианты.

Задание 1.2. PBL-проект «Инфляция и покупательная способность»

Проект: За 5 лет цены на товары выросли на 40%. Как изменится реальный доход семьи, если зарплата выросла на 25%?

Исследование: Собрать данные по реальным ценам в своём регионе (или использовать статистику). Построить диаграммы, рассчитать индексы.

Результат: Презентация «Как сохранить семейный бюджет в условиях инфляции».

Тема 2. Теория вероятностей – «Игры»

Методы: исследование, кейс, хакатон

Задание 2.1. Исследование «Справедлива ли игра?»

Условие: Двое играют в кости. Первый бросает две кости, выигрывает, если сумма равна 7. Второй бросает одну кость, выигрывает, если выпадает 6. Кто имеет преимущество?

Задание: Провести теоретический расчёт вероятностей, затем смоделировать 100 бросков (можно в Excel или программно). Сравнить теорию и эксперимент.

Метод: исследовательская задача с элементами статистического анализа.

Задание 2.2. Хакатон «Разработка настольной игры с заданной вероятностью»

Задание: Создать правила игры, в которой вероятность выигрыша каждого игрока одинакова (или задана неравномерно, например, 40% на 60%).

Использовать кубики, монетки, карты. Рассчитать вероятности всех исходов.

Результат: прототип игры, таблица вероятностей, демонстрация партии.

Жюри оценивает математическую корректность и креативность.

Задание 2.3. Кейс «Лотерейный билет»

Дано: В лотерее 1000 билетов, из них 10 выигрышных (по 500 руб.), 50 – утешительных (по 50 руб.), остальные – пустые. Билет стоит 100 руб.

Вопрос: Стоит ли участвовать? Какова ожидаемая выгода?

Задание: Построить распределение вероятностей, вычислить математическое ожидание и сделать вывод.

Тема 3. Геометрия – «Дизайн парка»

Методы: PBL, кейс, матбой

Задание 3.1. Проект «Парк моей мечты» (PBL)

Дано: Участок прямоугольной формы 40×60 м. Необходимо разместить: детскую площадку (круг радиусом 5 м), фонтан (квадрат 4×4 м), дорожки (ширина 1,5 м) и газон. Требуется, чтобы площадь газона была не менее 50% от общей.

Задача: Разработать эскиз в масштабе, вычислить площади всех элементов, количество плитки для дорожек, стоимость озеленения.

Бюджет: условный – 1 млн руб. (цены даются отдельно). Команды защищают проекты в формате **математического боя** – оппоненты проверяют геометрические расчёты и оптимизацию бюджета.

Задание 3.2. Исследование «Оптимальная форма клумбы»

Задача: При заданном периметре (например, 20 м) какая форма (круг, квадрат, прямоугольник) даёт наибольшую площадь? Исследовать зависимость, построить графики, доказать с помощью производной (или неравенств).

Метод: исследовательская задача для продвинутых групп.

Тема 4. Пропорции – «Кулинарные рецепты»

Методы: кейс, исследование, PBL

Задание 4.1. Кейс «Праздничный стол на 10 человек»

Дано: Рецепт на 4 порции: мука – 300 г, яйца – 2 шт., сахар – 150 г, масло – 100г. Пересчитать ингредиенты для 10 и для 6 персон.

Задание: Составить таблицу пропорций. Рассчитать стоимость продуктов, если известны цены за упаковку.

Усложнение: некоторые ингредиенты продаются только в упаковках (например, яйца – по 10 шт., мука – по 1 кг). Как минимизировать отходы? – это уже задача на оптимизацию.

Задание 4.2. PBL-проект «Кулинарная книга класса»

Проект: Каждая группа выбирает рецепт и пересчитывает его на различные количества порций. Создаётся общая книга с таблицами пропорций и рекомендациями по замене ингредиентов.

Задание 4.3. Исследование «Как изменяется время приготовления при увеличении порций?»

Задача: Собрать эмпирические данные (или использовать логику) и выяснить, является ли зависимость времени от количества продуктов линейной. Построить график, сделать выводы.

Тема 5. Дроби – «Дележ наследства»

Методы: кейс, матбой, исследование

Задание 5.1. Классическая задача о наследстве (кейс)

Условие: Отец оставил 10 000 монет. По завещанию: жена получает $\frac{1}{2}$, старший сын – $\frac{1}{3}$, младший – $\frac{1}{6}$. Возможно ли справедливо разделить, если по закону доли должны быть целыми числами монет?

Задание: Найти способ дележа, если монеты неделимы. Рассмотреть разные подходы (округление, компенсация, дополнительный взнос).

Формат: математический бой – группы предлагают свои варианты, оппоненты ищут противоречия.

Задание 5.2. Исследование «Дроби и справедливость»

Задача: Изучить различные системы распределения наследства в разных культурах (например, исламское право – дробь с фиксированными долями). Решить несколько примеров с разными знаменателями, найти общий алгоритм.

Тема 6. Логика – «Выбор маршрута»

Методы: кейс, исследование, PBL, хакатон

Задание 6.1. Кейс «Оптимальный путь до школы»

Дано: Карта района с точками А, В, С, D (дом, школа, магазин и т.д.) и временем прохода по дорогам (или расстояниями).

Задача: Найти кратчайший путь от дома до школы с учётом возможности зайти в магазин (обязательная точка).

Метод: исследование всех возможных маршрутов, сравнение.

Задание 6.2. Хакатон «Разработка навигатора для школьного двора»

Задание: Создать логическую схему (граф) территории школы, расставить веса (время или длина). Разработать алгоритм поиска кратчайшего пути между любыми двумя точками. Команды представляют свои алгоритмы (можно в виде блок-схем) и соревнуются, чей алгоритм быстрее и проще.

Задание 6.3. Исследование «Задача коммивояжёра» (упрощённая)

Условие: Нужно обойти 5 пунктов и вернуться в исходный, минимизируя путь.

Задание: Перебором найти оптимальный маршрут, сравнить с эвристикой «ближайшего соседа». Сделать выводы о сложности перебора.

Тема 7. Простые числа и Золотое сечение

Методы: исследование, PBL, матбой

Задание 7.1. Исследование «Простые числа вокруг нас»

Задание: Найти все простые числа до 100, построить таблицу. Изучить закономерности их распределения (интервалы между простыми, частоты). Попытаться сформулировать гипотезу о бесконечности простых чисел (для старшеклассников – доказательство Евклида).

Дополнительно: Исследовать, как простые числа используются в криптографии (RSA) – доклад.

Задание 7.2. PBL-проект «Золотое сечение в дизайне»

Проект: Измерить соотношения частей тела человека, пропорции архитектурных объектов (Парфенон, пирамиды) или картин (Мона Лиза).

Вычислить, насколько они близки к числу $\varphi \approx 1,618$.

Задача: Создать свой объект (логотип, рамку для фото, макет здания) с использованием золотого сечения, обосновать выбор пропорций.

Задание 7.3. Математический бой «Верно ли, что все числа Фибоначчи связаны с золотым сечением?»

Суть: Команды готовят доказательства или опровержения утверждений о связи ряда Фибоначчи и золотого сечения. Бой проходит в формате вопросов-ответов.

Тема 8. Оптимизация – «Минимальная стоимость»

Методы: кейс, исследование, хакатон

Задание 8.1. Кейс «Упаковка для сока»

Дано: Требуется упаковать 1 литр сока в цилиндрическую банку. Каковы должны быть радиус и высота, чтобы расход металла (площадь поверхности) был минимальным?

Задание: Вывести формулу, найти экстремум с помощью производной или метода перебора. Сравнить с реальными размерами банок в магазине.

Задание 8.2. Хакатон «Строительство забора»

Условие: Прямоугольный участок площадью 400 м² нужно огородить забором. Одна сторона примыкает к стене (забор не нужен). Каковы размеры участка, чтобы длина забора была минимальной?

Команды решают задачу несколькими способами: аналитически, табличным перебором, графически. Побеждает та, которая предложит самое элегантное решение.

Задание 8.3. Исследование «Стоимость доставки»

Задача: Курьерская служба: стоимость доставки = фиксированная плата + плата за километр. При каком расстоянии выгоднее пользоваться разными тарифами? Построить графики, найти точку безубыточности.

Тема 9. Движение – «Погоня»

Методы: кейс, матбой, исследование

Задание 9.1. Классическая задача на погоню (кейс)

Условие: Пешеход вышел из пункта А в пункт В со скоростью 5 км/ч. Через 2 часа за ним отправился велосипедист со скоростью 15 км/ч. Через сколько и на каком расстоянии от А велосипедист догонит пешехода?

Задание: Решить задачу несколькими способами (арифметическим, алгебраическим, графическим). Обсудить, как изменится ответ, если пешеход увеличит скорость или велосипедист выедет позже.

Задание 9.2. Математический бой «Собака догоняет зайца»

Условие: Заяц бежит от собаки. Скорость зайца – 10 м/с, собаки – 15 м/с. Расстояние между ними – 50 м. Собака видит зайца и начинает погоню. Заяц бежит по прямой, собака – по кратчайшему пути к текущему положению зайца (кривая погони).

Задание: Исследовать траекторию собаки (это дифференциальное уравнение, но можно численно). Для 8–9 классов – построить график приближённо, используя шаговый метод (моделирование).

Формат: группы моделируют ситуацию в таблицах или программах, сравнивают результаты.

Задание 9.3. Исследование «Влияние начального запаздывания»

Задача: Изучить, как время до встречи зависит от начального расстояния и разности скоростей. Вывести общую формулу и проверить на числовых примерах.