

## **Первый признак подобия треугольников.**

### **Решение задач.**

**Цели:** создать условия для закрепления основных понятий и свойств подобных треугольников, для формирования у обучающихся навыков решения задач практического содержания на применение первого признака подобия треугольников, ознакомление учащихся с различными способами определения высоты предмета, познакомить с историческими задачами, в которых применяется подобие треугольников.

**Задачи:** закрепить понятие подобных треугольников, коэффициента подобия, свойства периметров, площадей подобных треугольников, свойство биссектрисы треугольника, формулировку первого признака подобия треугольников; формировать умение использовать основные понятия при решении задач с практическим содержанием, развивать логическое мышление, внимательность, память, умение определять цели деятельности, соотносить результат своей деятельности с поставленной целью, умение сравнивать, анализировать и делать выводы, устанавливать причинно-следственные связи на межпредметной основе, умение проводить оценку и самооценку знаний и умений; воспитывать высокую работоспособность и организованность, культуру общения на уроке, взаимоуважение, культуру математической речи и письма, повышать интерес к изучению математики, активизировать познавательную деятельность учащихся.

### **Планируемые результаты:**

**Предметные:** умение демонстрировать знание основных понятий, умение применять изученное к решению задач практического содержания.

**Метапредметные:** расширение кругозора, умение совместно работать (чувство товарищества и ответственности за результаты своего труда), формирование представления о подобии фигур в целом.

### **Универсальные учебные действия:**

**Познавательные:** умение осознанно строить речевое высказывание, осуществлять поиск и выделение необходимой информации.

**Регулятивные:** умение определять цели и пути их достижения, выбирать и создавать алгоритмы для решения математических проблем, контролировать процесс и результата учебной математической деятельности, критическое оценивание полученного ответа.

**Коммуникативные:** планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками, умение вступать в диалог, учитывать разные мнения, участвовать в коллективном и групповом обсуждении вопроса.

**Личностные:** формирование познавательного интереса к изучению предмета, уважительное отношение к иному мнению при ведении диалога, оказание в сотрудничестве взаимопомощи.

**Тип урока:** применение знаний, умений, навыков.

**Средства оборудования:** компьютер, проектор, карточки для самостоятельной работы, работы в группах, лист оценивания, буклет, чертежные принадлежности.

## Ход урока

### 1. Организационный момент

### 2. Проверка домашнего задания

- а) проверка решения задачи,
- б) результаты поисково-исследовательской работы.

### 3. Мотивация учебной деятельности

#### Историческая справка.

Осознанное употребление подобных фигур встречается в Вавилоне и Египте задолго до того, как было точно определено подобие. Так, например, в одной древнеегипетской погребальной камере была обнаружена стена, на которую рисунок был перенесен при помощи деления стены на квадратики. Этим методом сейчас широко пользуются художники для переноса изображения. До наших дней сохранилась клинописная табличка на построение пропорциональных отрезков.

Встречается идея подобия и у китайского математика Лю (III в.н.э.), а также у знаменитого купца Ионии (так называлось в середине VII в. до н.э. западное побережье Малой Азии, принадлежавшее Греции) из города Милета, у Гиппократы Хиосского, Архита Тарентского, Евдокса Книдского, Евклида и др.

Идея подобия развивалась в различных странах параллельно и возникала из потребности решения задач на определение размеров недоступных предметов и расстояний до них.

В конце XIX в. возникла следующая инженерная проблема: во многих отраслях промышленности требовалось изготавливать фотоснимки все более и более крупных объектов. Сначала инженерная мысль пошла по пути увеличения размеров фотокамер. Так, по заказу хозяев известных американских заводов Пульмана специально для съемки крупногабаритных железнодорожных вагонов в 1899 году была построена фотографическая камера – гигант с пластинками размером 2,5 х 3 м. Вес камеры составлял 635 кг, обслуживали ее 15 человек, на место съемки доставляли в специальном вагоне. Огромные размеры этого фотоаппарата, большие неудобства его эксплуатации убедили инженеров в бесперспективности «гигантомании». И вскоре был изобретен очень простой и доступный аппарат: фотоувеличитель. Он основан на элементарной геометрической идеи – преобразовании гомотетии. Так геометрия помогла инженерам преодолеть серьезную техническую трудность.

### 4. Формулировка темы и целей урока

Как вы думаете, на каких школьных предметах можно применить подобие треугольников? (*рисование, география, физика, астрономия*).

Эпиграфом к нашему уроку будут слова А.Н. Крылова  
*«Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле».*

Алексей Николаевич Крылов (1863 – 1945) – русский и советский математик, механик и кораблестроитель.

- Как вы понимаете эти слова?
- А где же на практике можно использовать подобие треугольников?

*Подобие треугольников используется:*

- землемерами при вычислениях площадей земельных участков,
- астрономами при нахождении расстояний до планет и звезд,

- географами и геодезистами при составлении планов, карт,
- инженерами при выполнении чертежей различных деталей машин и механизмов,
- художниками, скульпторами, архитекторами, реставраторами, фотографиями и т.д.

➤ В Вавилоне применяли математику для исследования движений Луны и планет, для расчетов, связанных с календарем. Это позволило им предсказывать положения планет, что было важно как для астрологии, так и для астрономии.

Идея подобия развивалась в различных странах параллельно и возникала из потребности решения задач на определение размеров недоступных предметов и расстояний до них.

➤ Какова же тема урока?

(решение задач на практическое применение первого признака подобия треугольников).

➤ Сформулируйте цели урока.

Мудрец Фалес Милетский сказал:

Что есть больше всего на свете?

Пространство.

Что быстрее всего?

Ум.

Что мудрее всего?

Время.

Что приятнее всего?

Достичь желаемого.

Вы поставили перед собой цели нашего урока, и пусть каждый из вас достигнет желаемого.

## 5. Актуализация опорных знаний, умений, навыков

а) устный опрос,

б) решение задач по готовым чертежам,

в) самостоятельная работа с последующей взаимопроверкой

!!! Заполняют листы оценивания (оценка «5» - решены 3 задачи, оценка «4» - решены 2 задачи, оценка «3» - решена 1 задача,

### Физкультминутка

На разминку становись!

Вправо, влево покрутись,

Повороты посчитай

Раз-два-три, не отставай.

Мы руками бодро машем,

Разминаем плечи наши.

Раз-два, Раз-два, три

Упражнение повтори.

Начинаем приседать-

Раз – два – три – четыре – пять

Вверх потянемся, пройдемся

И за парты вновь вернемся.

## 6. Применение знаний, умений, навыков

Многие из вас увлекаются чтением различных книг. Это может быть и фантастика, и детективы, и комедии. И как-то при посещении библиотеки вы

спросили «Нужна ли математика журналистам, писателям?» И вот сейчас вы сами ответите на свой вопрос.

## а) работа в группах

### 1 группа

➤ 1 группа определяла высоту предмета по его тени.

Уже в древности учёным были известны признаки подобия треугольников.

Однажды подобие прямоугольных треугольников помогло древнегреческому учёному Фалесу Милетскому измерить высоту Египетской пирамиды. Послушайте легенду.

В один из солнечных дней Фалес вместе с главным жрецом храма Изиы проходил мимо пирамиды Хеопса.

- Знает ли кто-либо, какова её высота? – спросил он.

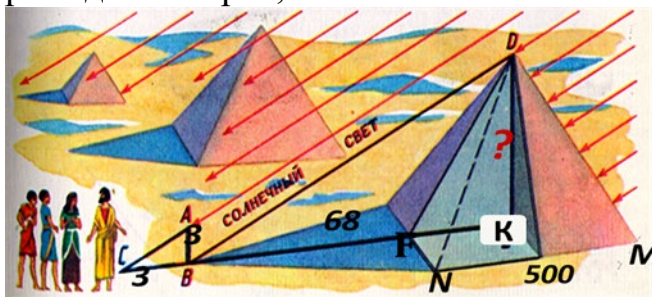
-Нет, сын мой, - ответил жрец. Древние папирусы не сохранили нам этого, а наши знания не дают возможности судить о ней даже приблизительно.

-Но ведь это можно сказать совсем точно и даже сейчас, - воскликнул Фалес.

-Вот смотри, мой рост 3 царских вавилонских локтя. А вот моя тень. Её длина такая же. И какой бы ты предмет ни взял именно в это время, тень от него, если ты поставишь его вертикально, точно равна длине предмета. Этот предмет и его тень образуют прямоугольный треугольник; знай же, что такие треугольники подобны. Фалес привёл в удивление жрецов, измерив высоту пирамиды без всяких приборов по отбрасываемой ею тени.

#### ✓ Задача 1. (Измерение высоты предмета по способу Фалеса Милетского)

Найдите высоту египетской пирамиды Хеопса, если длина ее основания равна 500 царских вавилонских локтей, расстояние от пирамиды до наблюдателя - 68 локтей. Рост наблюдателя и его тень - 3 царских вавилонских локтя. ( $AC \parallel A_1C_1$ ). Определите высоту пирамиды в метрах, если 1 локоть  $\approx 462$  мм?



➤ Действительно, первоначальная высота пирамиды Хеопса достигала 147 метров, что можно сравнить с пятидесятиэтажным небоскребом. Однако годы наложили свой отпечаток на сохранность пирамиды. Сейчас ее высота равна 138 метрам.

### 2 группа

➤ 2 группа определяла высоту предмета по шесту. Этот практический способ картинно описан у Жюль Верна в известном романе «Таинственный остров».

«Сегодня нам надо измерить высоту площадки Далекого Вида, - сказал инженер.

- Вам понадобится для этого инструмент? – спросил Герберт.

- Нет, не понадобится. Мы будем действовать несколько иначе, обратившись к менее простому и точному способу.

Юноша, стараясь научиться, возможно, большому, последовал за инженером, который спустился с гранитной стены до окраины берега».

### Задача 2. (Измерение высоты предмета по способу Жюль Верна)

«...Взяв прямой шест, футов 12 длиной, инженер измерил его возможно точнее, сравнивая со своим ростом, который ему был хорошо известен. Не доходя футов 500 до гранитной стены, поднимавшейся отвесно, инженер воткнул шест фута на два в песок и, прочно укрепив его, поставил вертикально с помощью отвеса. Затем отошел от шеста на такое расстояние, чтобы лежа на песке, можно было на одной прямой линии видеть и конец шеста, и край гребня (15 футов). Эту точку он тщательно пометил колышком». (Найдите высоту гранитной стены в метрах, если  $1\text{ фут} = 0,3\text{ м}$ ).

- Тебе знакомы зачатки геометрии? – спросил он Герберта, поднимаясь с земли.

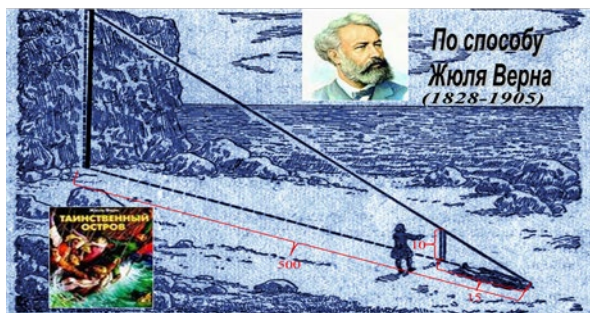
- Да.

- Помнишь свойства подобных треугольников?»

«Оба горизонтальных расстояния были измерены: меньшее равнялось 15 футам, большее – 500 футам».

В романе приводятся подробные вычисления.

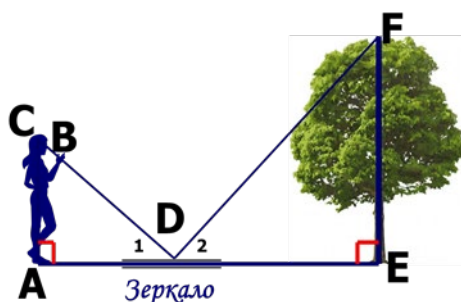
Так чему же равнялась высота гранитной скалы?



### 3 группа

### Задача 3. (Определение высоты предмета с помощью зеркала - № 581)

Для определения высоты дерева можно использовать зеркало так, как показано на рисунке 203. Луч света  $FD$ , отражаясь от зеркала в точке  $D$ , попадает в глаз человека (точку  $B$ ). Определите высоту дерева, если  $AC = 165\text{ см}$ ,  $BC = 12\text{ см}$ ,  $AD = 120\text{ см}$ ,  $DE = 4,8\text{ м}$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ .



!!! Заполняют листы оценивания (обсуждают работу в группах, оценивают друг друга)

б) Дополнительно (при наличии времени).

Задача из рассказа Конан Дойла «Обряд дома Месгрейвов» (коллективно)



Задача на подобие треугольников приведена и в рассказе Конан Дойла «Обряд дома Месгрейвов».

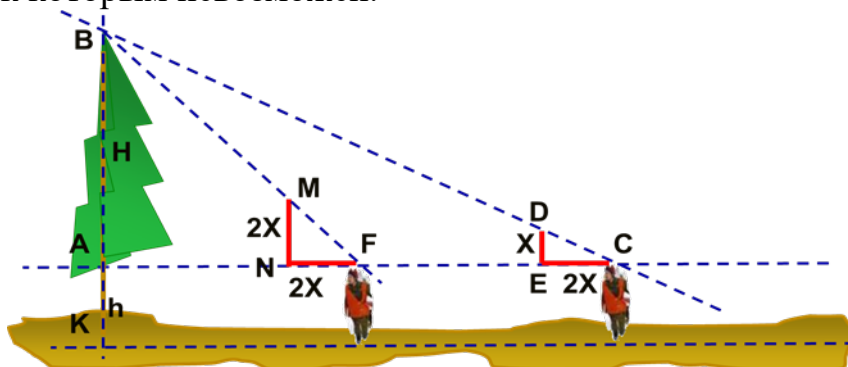
Всемирно известный писатель Артур Конан Дойль был врачом. Но он очень хорошо, видимо, знал геометрию. В своем рассказе он описал, как Шерлоку Холмсу нужно было определить, где будет конец тени от вяза, который срубили. Он знал высоту этого дерева ранее. Шерлок Холмс так объяснил свои действия: «... я связал вместе два удилища, что дало мне шесть футов, и мы с моим клиентом отправились к тому месту, где когда-то рос вяз. Я воткнул свой шест в землю, отметил направление тени и измерил ее. В ней было девять футов. Дальнейшие мои вычисления были уж совсем несложны. Если палка высотой в шесть футов отбрасывает тень в девять футов, то дерево высотой в шестьдесят четыре фута отбросит тень в ... футов, и направление той и другой, разумеется, будет совпадать».

Найдите длину тени вяза. (96)

**Способ лесорубов** (определение высоты деревьев, доступ к которым невозможен).

Во всех задачах, которые мы рассматривали, можно было подойти до основания измеряемого объекта. А если подойти вплотную к основанию измеряемого объекта неудобно или вообще нет возможности? Как вы думаете, можно ли в таком случае определить высоту этого объекта?

Да, возможно. Этот способ используют лесорубы для определения высоты деревьев, доступ к которым невозможен.



➤ Более подробно вы можете рассмотреть этот способ в буклете.

В нем также содержатся задачи практического содержания на применение первого признака подобия треугольников, а также задачи из раздела «Реальная математика» сборника для ЕГЭ по математике, которые вы можете решить на дополнительную оценку.

## 7. Рефлексия.

➤ Мы рассмотрели несколько способов нахождения высоты предмета. Подумайте, какая особенность первого способа – нахождение по тени?

✓ *(Не требует вычислений).*

➤ А всегда ли можно определить высоту предмета по способу Фалеса Милетского?

✓ *(Нет, только в короткий промежуток времени, в солнечную погоду и когда нет рядом предметов, тени которых сливаются с тенью данного предмета).*

➤ Давайте рассмотрим второй способ – нахождение высоты предмета с помощью шеста (способ Жюль Верна). Какое его преимущество?

✓ *(Можно производить измерения в любую погоду; простота вычислений).*

➤ А в чем его недостатки?

- ✓ (Нельзя измерить высоту предмета не испачкавшись, так как приходится ложиться на землю).
- Что вы можете сказать о третьем способе – нахождение высоты предмета с помощью зеркала?
- ✓ (Можно производить измерения в любую погоду; одежда будет чистой; простота вычислений, но нужно специальное приспособление – зеркало).

Что вы сегодня узнали нового?

Чему научились?

В начале урока мы поставили цели. Достигли ли мы их?

Удачна ли была ваша совместная работа?

К какому выводу вы пришли - нужна ли математика писателям?

(Да, обзор литературы показал, что знания по математике нужны даже писателям).

## 8. Итог урока.

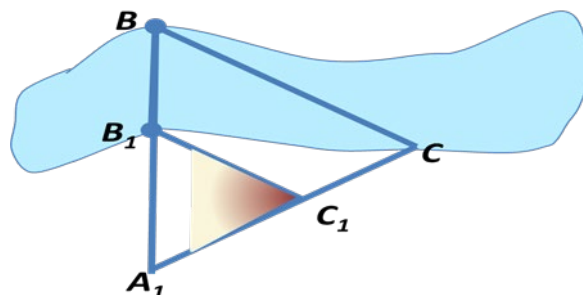
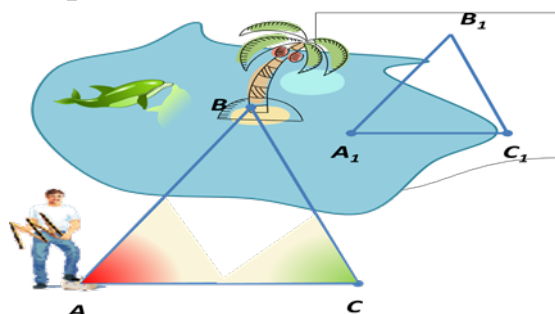
## 9. Домашнее задание.

- С помощью подобия треугольников можно вычислять расстояния от берега до кораблей, ширину реки.

Далеко от берега стоял на якоре корабль. Фалес сумел измерить расстояние от берега до корабля. В точности, как это он сделал, мы не знаем: его труды до нас не дошли.

Но вы это можете сделать, зная первый признак подобия треугольников, выполнив домашнее задание.

**Повторить п. 61, выполнить № 582, 583.**



№ 582. Для определения расстояния от точки А до недоступной точки В отмечают произвольно точку С. С помощью астролябии измеряют углы ВАС и ВСА. Строим треугольник  $A_1B_1C_1$ , подобный треугольнику  $ABC$  по двум углам. Находим  $AB$ .

№ 583. Для нахождения ширины реки необходимо выбрать две точки С и  $C_1$  так, чтобы угол  $BCA_1 =$  углу  $B_1C_1A_1$ . Рассматривая подобные треугольники  $A_1BC$  и  $A_1B_1C_1$ , находим  $BB_1$ .