Структура и содержание математической компетенции школьников средней ступени.

1. Выявление проблемы (что такое мат. компетенция школьника и как ее формировать) и обоснование ее актуальности.

В последние годы необходимость формирования и развития математической компетенции школьников приобретает все большую важность и обсуждается на самом высоком государственном уровне. Математические компетенции считаются ключевыми для развития личности, активной гражданственности, социальной интеграции и занятости в современном обществе.

Отсутствие канонических определений важнейших терминов, их произвольные трактовки в нормативных актах и научных публикациях и интернет-ресурсах приводят к тому, что реализация компетентностного подхода в образовательных организациях основного общего образования может отличаться от ожидаемых результатов ввиду отсутствия конкретизации определения и содержания.

Сама по себе идея компетентностного подхода и самого термина компетенция возникла как реакция общества на постиндустриальный этап развития человеческой цивилизации, характеризующийся повышением требований работодателя к уровню профессиональной подготовки, а также способностью адаптироваться к изменяющимся условиям профессиональной деятельности будущего специалиста

1. Современное состояние (в том числе обзор - кто ею занимался и какие результаты получил) и почему оно неудовлетворительное.

Поскольку предметом нашего внимания является формирование математической компетенции школьников средней ступени мы проанализировали некоторые публикации на эту или близкие к ней тему.

П. Нежнов при разработке инструментария мониторинга учебно–предметных достижений учащихся начальной школы трактует понятие «Математическая компетенция» как «определение и понимание роли математики, высказывание обоснованных математических суждений и использование математики при решении практических и познавательных проблем» и предлагает авторскую методику оценивания уровня математической компетенции

Н.Н. Нечаев в статье «Формирование коммуникативной компетенции как условие становления профессионального сознания специалиста» дает определение компетентности, как «доскональное знание своего дела, существа выполняемой работы, сложных связей, явлений и процессов, возможных способов и средств достижения намеченных целей»

Хуторской А.В в статье «Компетентность как дидактическое понятие: содержание, структура и модели конструирования» Проанализировал следующие характеристики этого понятия:

 1) генезис, содержание, структуру, интерпретацию (трактовку) понятия;

2) роль и значение понятия в дидактической теории;

 3) границы применимости понятия

По его мнению, «компетенция» – это совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов, и необходимых для качественной продуктивной деятельности в этой сфере.

Знакомство с данными м множеством других публикаций свидетельствует об отсутствии единства мнений относительно определения термина «Математическая компетенция школьника». По какой причине содержание понятия «Математическая компетенция» не подвергалось до сих пор углубленному анализу?

На наш взгляд, объяснение заключается в ситуации, весьма характерной для образования в целом: понятиям повседневной речи (например, все знают, кто такой учитель) приписывается «само собой разумеющееся» содержание. В такой ситуации термины «компетентность», «компетентностный подход», компетенция» и другие зачастую даже в научных публикациях и учебно-методических материалах употребляются нестрого, без должного понимания того смысла, который в них вкладывается.

1. Основные идеи предлагаемого Вами подхода, что уже сделано.

Попробуем ответить на вопрос: что представляет собой математическая компетенция школьника средней ступени? Для этого вначале определимся с понятием «математическая компетенция».

Мониторинг непрерывно пополняемого множества публикаций, посвященных реализации компетентностного подхода, свидетельствует об очень небольшом количестве работ, в которых исследуется проблематика определения, формирования или развития математической компетенции. Можно выделить три определения, которые в достаточно близких формулировках чаще всего встречаются в публикациях

1.Математическая компетенция – это способность структурировать данные (ситуацию), вычленять математические отношения, создавать  математическую модель ситуации, анализировать и преобразовывать ее, интерпретировать полученные результаты. К сожалению, нам не удалось выявить автора этого определения вследствие его перефразирования и воспроизведения в многочисленных публикациях. Это определение, по нашему мнению, неприменимо в качестве канонического ввиду отсутствия целевой задачи: для чего субъекту необходима эта компетенция? Кроме того, в определении идет только о способности выполнять некоторые действия, но даже не упоминаются мотивационный и личностный компоненты компетенции

2. Г.К. Селевко под математической компетенцией понимает «умение работать с числами, числовой информацией – владеть математическими умениями». Это определение также лишь частично отражает компонентную структуру математической компетенции, сводя ее к категориям функционально-деятельностного подхода

3.А.В. Хуторской в определяет понятие «математическая компетенция» как «совокупность взаимосвязанных качеств личности, включающих математические знания, умения, навыки, способы мышления и деятельности, а также способность приобретать новые математические знания». На наш взгляд, в этом определении отражены базовые компоненты характеризуемого понятия, но без конкретизации целей, на достижение которых должно быть направлено применение этой компетенции. Его можно взять за основу при формулировании нашего определения понятия «математическая компетенция школьника средней ступени»:

***Математическая компетенция школьника – это*** ***способность и готовность обучающегося применять и адаптировать комплекс знаний, умений, навыков в области математики для корректного решения ситуационных задач, характер и сложность которых соответствуют требованиям, определенным ФГОС ООО.***

Под «адаптацией» в этом определении мы подразумеваем способность и готовность выбирать способы и средства решения задач с учетом возможного изменения ситуации, в которой осуществляется решение каждой конкретной задачи.

 Структуру и содержание математической компетенции школьника средней ступени определим исходя из целевых **результатов изучения предметной области «математика»** (включающей алгебру и геометрию), установленных ФГОС ООО:

1) формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

2) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

3) развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;

4) овладение символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;

5) овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

6) овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;

7) формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач».

Фактически, приведенные целевые индикаторы отражают математические знания и умения, которые должен обладать школьник средней ступени. Однако ФГОС ООО не задает какие-либо установки, определяющие необходимость выработки у ребенка мотивации и личных качеств, направленных на сознательное и креативное применение результатов математического образования в реальной жизни.

Определенное структурирование школьного математического образования предлагается в публикации [отчёт проекта КОМ – Дания 2002 год.], авторы которой считают, что учащийся математического класса должен овладеть представленными в табл. 1 восьмью компетенциями:

**Таблица 1.3 – Содержание математической компетентности учащегося математического класса по версии авторов [**Mogens Niss, Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish kom project / Mogens Niss. – Denmark : IMFUFA, 2002**].**

|  |
| --- |
| **Первая группа компетенций связана со способностью задавать вопросы по математике и отвечать на них** |
| Мыслить математически (освоение математических способов мышления) | * постановка вопросов, характерных для математики, и знание на заданные вопросы ответов;
* понимание и обращение с объемом данных их ограничениями;
* расширение объема знаний за счет абстрагирования некоторых его свойств; обобщение результатов на более крупные классы объектов;
* понимать различные виды математических утверждений (включая условные утверждения («если-то»), допущения, определения, теоремы, догадки, случаи):
 |
| Постановка и решение математических задач | * выявление, постановка и определение различных видов математических задач – математические или прикладные; стандартные или нестандартные ;
* решение различных видов математических задач (математических или прикладных; стандартных или нестандартных), различными способами:
 |
| Математическое моделирование (т.е. анализ и построение моделей) | * анализ основ и свойств существующих моделей, включая оценку их диапазона и достоверности
 |
| Рассуждение математически | * отслеживание и оценка цепочек аргументов, выдвинутых другими;
* знание того, чем является (не является) математическое доказательство и чем оно отличается от других видов математических рассуждений;
* раскрытие основных идей в данной линии математического рассуждения (особенно доказательства);
* разработка формальных и неформальных математических аргументов и преобразование эвристических аргументов в действительные доказательства, т. е. доказывающие утверждения.
 |
| **Вторая группа компетенций связана со способностью работать с математическим языком, инструментами и управлять ими** |
| Представление математических объектов (объектов и ситуаций) | * понимание и использование (расшифровка, интерпретация, декодирование) различных видов представлений математических объектов, явлений и ситуаций;
* понимание и использование отношений между различными представлениями одной и той же сущности/объекта, в том числе знание об их преимуществах и ограничениях;
* выбор и изменение между представлениями.
 |
| Работа с математическими символами  | * декодирование и интерпретация символического и формального математического языка, а также понимание его отношения к естественному языку;
* понимание природы и правил формальных математических систем (как синтаксиса, и семантики);
* перевод с естественного языка на формальный/символический язык
* обработка и манипулирование операторами и выражениями, содержащими символы и формулы.
 |
| Общение с математикой, с ней и о ней | * понимание чужих письменных, визуальных или устных «текстов» в различных лингвистических регистрах по вопросам, имеющим математическое содержание;
* выражать свои мысли на разных уровнях теоретической и технической точности в устной, визуальной или письменной форме.
 |
| Использование вспомогательных средств и инструментов (включая ИТ) | * знания о существовании и свойствах различных инструментов и пособий для математической деятельности, а также их диапазона и ограничения;
* Способность использовать вспомогательные средства и инструменты для решения реальных задач.
 |

1. Что планируется сделать в дальнейшем, на какие результаты мы рассчитываем.

Исходя из предложенного нами определения понятия «математическая компетенция школьника», в котором присутствуют термины «способность» и «готовность», отражающие личностные качества и мотивацию к действию, мы предлагаем структурировать содержание рассматриваемой компетенции четырьмя взаимодополняющими модальностями: «Знаю», «Умею», «Хочу», «Могу» с использованием компонентов, которые не отражены в целевых индикаторах ФГОС ООО, но являются неотъемлемой частью любой компетенции

**Когнитивный компонент**, определяемый установкой «Знаю»,

**Функциональный компонент**, определяемый установкой «Умею»,

**Мотивационный компонент**, определяемый установкой «Хочу»,

**Личностный компонент,** определяемый установкой «Могу»,

а) общее описание уровней сформированности описываемой компетенции (для чего нужна их дифференциация, обоснование количества уровней и общая характеристика каждого уровня);

 б) таблица со структурированием содержания компетенции по каждому компоненту, а внутри их – по уровням.

Фактически, процесс формирования компетенции разбивается на несколько последовательно выполняемых и достаточно продолжительных (один учебный год) этапов. Индикаторы ее сформированности для каждого года обучения существенно различаются. Например, у обучающихся 5-го класса должны формироваться представления о математике как о методе познания действительности, необходимом для описания процессов и явлений реальной жизни, а также должны вырабатываться первоначальные умения работать с учебным математическим текстом для решения задач повышенного уровня в последующих классах. В 5-м классе обучающиеся получают первоначальные знания о языке математики и применяют его при решении ситуационных задач. Еще одна цель – овладение первоначальной системой геометрических знаний о пространственных телах для моделирования реальных ситуаций на языке геометрии. В то же время, для 9-го класса индикаторы сформированности математической компетенции совпадают с указанными во ФГОС ООО. Отметим, что целевые уровни сформированности математической компетенции для каждого года обучения повышаются с учетом взросления обучающихся и усложнения учебной программы на соответствующий учебный год. При этом обязательным условием перехода на следующий год обучения является сформированность не менее чем порогового уровня компетенции за истекший год.

По нашему мнению, указанные обстоятельства предопределяют ***необходимость и целесообразность перехода от «плоского» (одномерного) описания структуры и содержания компетенции, релевантного ее формированию в течение одного интервала времени, к «объемному» (многомерному или стратифицированному) описанию, каждая страта которого будет соответствовать одному из временных интервалов ее формирования***, причем количество таких интервалов задается определенным нормативным документом. В частности, в рассматриваемой нами ситуации с формированием математической компетенции школьников средней ступени количество интервалов равно пяти.